



TITLE:

量子力学の原理的諸問題と将来展望(基研短期研究会「進化の力学への場の理論的アプローチ」報告,研究会報告)

AUTHOR(S):

並木, 美喜雄

CITATION:

並木, 美喜雄. 量子力学の原理的諸問題と将来展望(基研短期研究会「進化の力学への場の理論的アプローチ」報告,研究会報告). 物性研究 1987, 47(5): 510-528

ISSUE DATE:

1987-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92403>

RIGHT:

量子力学の原理的諸問題と将来展望

早大・理工 並 木 美喜雄

量子力学の原理的諸問題は、量子力学の理論体系そのものに対する疑問や不信に深く結びついている。ここでは、その観点から話を次のように分けた。

I. 観測問題をめぐる論争

II. 観測理論の構成

III. 中性子干渉と観測問題

IV. 量子力学の古典確率過程論的再編成と将来展望（時間的制約のため話をする余裕がなかった）

なお、今回福田札次郎氏の観測理論の話があったので、次の項目をつけ加える。

V. 福田理論への質問と要望

I 観測理論をめぐる論争

観測問題はコペンハーゲン解釈と切りはなして考えることはできないが、それをめぐる論争は次の二種類に大分される：(i) コペンハーゲン解釈そのものを認めるか否か、(ii) 認めたとしても、現在の理論体系が測定過程を完全に記述できるか否か。

前者の代表としては Einstein-Bohr 論争、後者については Wigner-Rosenfeld 論争が有名である。今回は前者についてはふれない。後者に関する対立・論争の概観は問題点の整理に役立つと思うので、紹介したい。

はじめに、測定による“波束の収縮”をどのように定式化して把えるかを議論しなければならない。“波束の収縮”とは何か？ 実は、これにもいろいろなイメージがあって、対立・論争を生むひとつの原因であった。混乱も多い。各種のイメージを紹介しながら、私の定式化を明確にしておきたい。

対象系 Q の力学量 F （固有値 λ_i ，固有関数 u_i ）の測定を考える。 Q が重ね合せ状態

$$\psi^Q = \sum_i c_i u_i, \quad c_i = (u_i, \psi) \quad (1)$$

にあったとき、 F の測定をして値 λ_k がえられたとすれば、測定による“波束の収縮”

$$\psi^Q \rightarrow u_k \quad (2)$$

が起る（第1種測定の場合）。しかし、この表式は“波束の収縮”が確率 $|c_k|^2$ で起る非因果的かつ確率的過程であることを明確に記述していない。そこで、しばしば v. Neumann の表式

$$\rho^Q = |\psi^Q\rangle\langle\psi^Q| = \sum_{ij} c_i c_j^* |u_i\rangle\langle u_j| \rightarrow \bar{\rho}^Q = \sum_i |c_i|^2 \xi(u_i) \quad (3)$$

が用いられるが（ $\xi(u_i) = |u_i\rangle\langle u_i|$ ），これも十分でない（文献(1),(2),(3)参照）。“波束の収

縮”の完全な記述は測定器状態の参入があってはじめて可能となる。すなわち、対象系 Q の測定器系 A からなる全体系の密度行列 $\bar{\mathcal{E}}$ に対する次の過程が測定による“波束の収縮”である：

$$\begin{aligned}\bar{\mathcal{E}} &= \rho_I^Q \times \rho_I^A = \sum_{ij} c_i c_j^* |u_i\rangle \langle u_j| \times \sigma_I^A \\ &\rightarrow \bar{\mathcal{E}} = \sum_i |c_i|^2 \xi(u_i) \times \sigma_{F(i)}^A\end{aligned}\quad (4)$$

ただし、 σ_I^A は A の初期状態、 $\sigma_{F(i)}^A$ は A が測定結果 (i) に対応する終状態の密度行列である。これが私の目標設定である。私達は Q と A からなる全体系に量子力学を適用して (4) を導き出さなければならぬ。 $\bar{\mathcal{E}}$ では u_i 間の位相相関が消えていることに注意してほしい。

(4) について、一言注意しておきたい。(a) これは逆過程がないという意味では不可逆過程であるが、熱平衡に戻る通常の熱的不可逆過程ではない。(b) (4) 自身はアンサンブルについての変化を表すものだが、 $\bar{\mathcal{E}}$ は排他的確率事象に対する確率の和である。したがって、そのひとつが実現すれば、他のすべての事象は起こらない。つまり、単一測定の場合も含んでいる！この主張は、位相相関の項がなく、排他的事象に対応する確率の和という式（つまり (4)）の場合にかぎって成立するものである。

v. Neumann の測定過程 比較と後の議論のため、v. Neumann-Wigner の考えを述べておこう。

v. Neumann は測定過程に量子力学（とくに重ね合せの原理）を厳密に適用すれば、全体系の波動関数 ψ は、

$$\bar{\psi} = \psi^Q \times \phi^A \rightarrow \widetilde{\bar{\psi}} = \sum_i c_i u_i \times \phi_i \quad (5)$$

のように変化するとした（ ϕ^A は A の初期状態、 ϕ_i は A の測定結果 (i) に対応すべき終状態の波動関数）。これが v. Neumann の測定過程であるが、密度行列で書き直してみれば、

$$\begin{aligned}\widetilde{\bar{\rho}} &= |\widetilde{\bar{\psi}}\rangle \langle \widetilde{\bar{\psi}}| \\ &= \sum_i |c_i|^2 \xi(u_i) \times \xi(\phi_i) + \sum_{i \neq j} c_i c_j^* |u_i\rangle \langle u_j| \times |\phi_i\rangle \langle \phi_j|\end{aligned}\quad (6)$$

となって明示されるように、 $\widetilde{\bar{\psi}}$ または $\widetilde{\bar{\rho}}$ は純粋状態を表し、(4) のような混合状態ではない。(6) 右辺第 2 項が依然として u_i 間の位相相関を保持しているので、“波束の収縮”を表さない。そこで、観測の連鎖を導入し、最後に“抽象的自我”または“意識”の参入によって、“波束の収縮”を招来しようとしたのは有名な話である。これには、周知のように、“Schrödinger の猫”や“Wigner の友人”というパラドックスがある（文献 (1)）。

v. Neumann の測定過程 (4) にとって重要なのは、 ϕ_i の直交性である。はじめ、彼は A の力学量（例えば、計器の指針位置）の固有関数を取り、出発点から直交性を設定したが、これには Araki-Yanase の批判がある。彼らは、保存量と可換でない力学量の測定に対しては、必ずしも (4) が成立しないこと、ただし A の自由度 N が、

$$N \rightarrow \infty \quad (7)$$

の場合に (4) からのずれが任意に小さくなることを示した。とはいえ、 ϕ_i が直交したからといって問題が解決したことにはならない。依然として (6) の右辺第 2 項が存在するからである。

ここで一言注意：中には A についての部分トレースをとって万事 OK とする人がいる。(6) で部分トレースをとれば、

$$\text{tr}_A |\phi_i\rangle\langle\phi_j| = \delta_{ij}$$

だから、

$$\text{tr}_A \tilde{\rho} = \sum_i |c_i|^2 \varepsilon(u_i) \quad (8)$$

がえられる。これは (3) の $\bar{\rho}$ であるから、“波束の収縮”を導出したとするわけだ。しかし、部分トレースは測定器系の状態が何でもよいという場合に許されるものである。私達は、測定器が F の特定の固有値 λ_k に応じた特定の状態 ((4) では $\sigma_{F(k)}^A$, (6) では $\varepsilon(\phi_k)$) になったことを確認しなければならない。すなわち、部分トレースをとることは許されない。(6) の場合でいえば、部分トレースをとることなく第 2 項の消滅をいう必要がある。

さらに一言： $N \rightarrow \infty$ (同じことだが、 N/V を一定にしながらとる $V \rightarrow \infty$) という極限では、 ϕ_i と ϕ_j ($i \neq j$) は直交するばかりでなく、全く違う (inequivalent な) 表現空間に行ってしまうので、(5) または (6) のままで“波束の収縮”が完成したと考える立場がある。つまり、両者を結びつける演算子、恐らく同じことだが、位相相関を表す演算子が $N \rightarrow \infty$ (または $V \rightarrow \infty$) の極限では消滅しているという立場である。Hepp の理論 および今回の 福田理論 はこの系譜にぞくする。しかし、はじめに極限 $N \rightarrow \infty$ (または $V \rightarrow \infty$) をとってしまってから、測定過程を考えるというのでは Wigner は納得しないだろう。 N は大きいとしても現実には有限であり、実際には N 有限の場合も合せて考えなければならないこともありうるからだ。

多世界理論 は、極限 $N \rightarrow \infty$ などをとることなく、測定過程 (5) における ϕ_i と ϕ_j ($i \neq j$) を全く異なる世界の状態と考えるところから出発する。つまり、測定によって我々の世界が次々に別の世界の分裂してゆくとするものと考えた。一見奇妙な話だが、v. Neumann の測定過程 (5) と確率解釈の論理的帰結 (3) の矛盾の解決には、これ以外にないと信じる人達がいる。Everette の説 だが、Wheeler や de Witt が推奨して話題となった。しかし、スペクトル分解の段階だけで測定過程を考えている点、私には全く不満である。

この他に、環境効果論 (environment theory) があり、研究会では話したが、この報告では省略する (町田氏の報告参照)。

なお、量子力学の与える測定過程は (5) であって、“波束の収縮”ではありえないとする考えの一般化として、Wigner の定理 がある。それは、A が混合状態にあっても (Q はもちろん重ね合せ状態にある)、ユニタリ的時間発展によっては“波束の収縮”には到達できないという定理である。v. Neumann の

測定過程 (5) では、A が純粋状態にあるため “波束の収縮” が出てこなかったという反論をつぶすための定理であった。Wigner は量子力学の現在の理論体系は測定による “波束の収縮” を説明できるようなものではないとまで、極言している。しかし、Wigner の定理における A の混合状態は単一のヒルベルト空間でつくられていたという点を指摘しておきたい。これは後で説明しようと思う 多ヒルベルト空間理論 との関係で重要な点である。

さて、v. Neumann-Wigner 理論に対する反対論としては、歴史上、エルゴード増幅派の理論 をあげないわけにはゆかない。

エルゴード増幅派の理論　すでに述べたように、“波束の収縮” が招来されれば、測定後は排他的事象に対応する確率の和になっていなければならない。一方、量子力学では波動関数に対して “重ね合せ” 原理が成立し、波動関数の絶対値 2 乗が確率を与える。したがって、観測理論は波動関数の重ね合せ (和) から確率の和を——位相相関を消すことによって——導出しなければならない。これは量子力学を基礎として熱的不可逆過程の現象論を導出しようとする動力的統計力学によく似ている。実際、測定過程ではキリ箱、泡箱、カウンターなど熱的不可逆過程を伴う検出器を使うことが多い。エルゴード増幅派はその熱的不可逆過程を “波束の収縮” そのものと同一視する。

すなわち、測定対象であるミクロ系はマクロ系である測定器を駆動させるほど十分なエネルギーはもっていない。そこで、エネルギー供給を目的とする増幅過程を組込む必要があるが、それは必然的に熱的不可逆過程となり、位相相関を消して “波束の収縮” を与えるという。これがこの派の理論の筋書であった。

この筋書は常識的で大そうわかり易い。そのため、数多くの論文が発表されたが、Green のモデルと Daneri-Loinger-Prosperi の一般論が有名であった。Green は簡単なモデルを設定して

$$\text{tr } \rho_{ii} \gg \text{tr } \rho_{ij} \quad (i \neq j)$$

を与えた (ρ_{ii} と $\rho_{ij} \quad (i \neq j)$ はそれぞれ (6) 式右辺第 1 項と第 2 項の被和項) が、Furry は同じモデルと計算法を用いて

$$\text{tr } \rho_{ii}^2 \simeq \text{tr } \rho_{ij} \rho_{ji} \quad (i \neq j)$$

を示した。これでは “波束の収縮” の導出とはいえないというわけだ。一方、Daneri 達の一般論は熱的不可逆過程の動力的統計力学の直接的適用であるが、これに対しては Janch-Wigner-Yanase の厳しい批判がある。この批判には二つの根拠があるが、第 1 は先ほど述べた Wigner の定理であり、第 2 は negative-result-measurement である。後者は次節で説明するが、Jammer などはエルゴード増幅派に対する致命的な批判であるとさえいっている。実際、モデル的考察や原子核乾板などの測定は、エネルギー供給を伴う増幅過程は “波束の収縮” にとって本質的なものではないことを示している。くわしい説明 (文献 (1) 参照) は省略するが、カウンター放電などの熱的不可逆過程と測定による “波束の収縮” とは峻別しなければならない。前者は後者の結果を “display” するための 2 次的な過程である。

以上の諸点を考慮すれば、正しい観測理論は Q と A の全体系に対して量子力学を適用し、Wigner の定理を突破すると同時に negative-result-measurement の場合を含めた “波束の収縮” (4) を導出しなけ

ればならないわけだ。これが私達の具体的目標である。

II 観測理論の構成

まず、測定装置の編成について述べる。一般に測定過程はスペクトル分解過程と検出過程とからなり、それに対応する装置をもっている。しかし、中には検出過程とその重要性を全く無視した観測理論もある。

v. Neumann-Wigner 理論や多世界理論もそうである。検出のない測定はない!! “波束の収縮”は検出過程で起こるのであって、スペクトル分解過程のところではない。

さて、通常、測定は多数の yes-no 実験の積み重ねによって行われる。yes-no 実験の典型例は Stern-Gerlach の実験であろう。周知の話だからくわしく述べないが、スピン $1/2$ をもつ粒子のスピン測定の場合、スピンが確定していない状態（重ね合せ状態）にある入射ビーム（正確には1個の粒子の波動関数）を磁場によって、二つのスピン成分（a, b）に分離し、それぞれを空間的に分けられたチャンネル A と B に送り込む。これがスペクトル分解の段階である。チャンネル A, B には検出器 D_a , D_b があり、 D_a が検出すればスピン成分が a であること、 D_b が検出すればスピン成分が b であることがわかる。これで測定が終了し、波束は収縮するわけである。

この場合、通路（AかBか）の決定だけをすればよい。それがスピン成分（aかbか）の測定を意味している。したがって、検出器は粒子捕捉の能力さえあればよく、スピン成分そのものを識別しなくともよい。

AかBかの粒子通路を決定するためには、検出器は二つもいらない。 D_a を残して D_b を取除く。 D_a が検出信号を発した場合は上と同じで、スピン成分が a であることを知る。しかし、射出器が粒子を送り出し、 D_a への予定到着時刻を過ぎても D_a が信号を発しないときはどうか？ この場合、粒子は明らかに、チャンネルBへ行ったのであり、通路はBと決定され、したがってスピン成分 b が確定して測定は終了する。当然、“波束の収縮”が起こっている。 D_a の信号発生と不発生を yes と no に対応させれば、後者の測定は no の場合だから、これを negative-result-measurement という（簡単のため、以下 NRM とよぶ）。

・NRM のパラドックスはエルゴード増幅派の理論に対する批判として提出された。 D_a , D_b がチャンネル A, B に設置されている場合は、通路 A, B の確認（したがって、スピン成分 a, b の測定）は二つの検出器のどれかひとつの信号発生によって行うから、信号を与える熱的不可逆過程（例えば、カウンター放電）が“波束の収縮”の直接の原因といえるかもしれない。しかし、NRM の場合は信号発生（すなわち、熱的不可逆過程）なしで“波束の収縮”が実現している。したがって、カウンター放電などの熱的不可逆過程と“波束の収縮”とを同一視（または直接の原因と）するエルゴード増幅派の主張は正しくないというのである。

NRM の場合、一見したところ、粒子と検出器の相互作用なしに“波束の収縮”が生じたように錯覚し勝ちだが、これは誤解である（くわしくは文献 (1), (2), (3) 参照）。このパラドックスは本質的な測定過程、すなわち、“波束の収縮”とカウンター放電のような（2次的）熱的不可逆過程を峻別すべきことを教えてくれた。

yes-no 実験の簡単なモデルによって、“波束の収縮”の物理的内容を考えよう(図1の左半分)。

射出器 E を出た粒子の波動関数 ψ は分波器 M でチャンネル A, B にゆく波 ψ_a, ψ_b に分けられる(スペクトル分解)。チャンネル A, B が二つの特定の観測命題(上の例ではスピン成分 a, b)に対応するように工夫されていることはいうまでもない。もちろん、 ψ_a と ψ_b は確定した位相相関をもつ。チャンネル A には検出器 D_a があって、 ψ_a を ψ'_a に変える(ここでは通過検出型のものだけを考えた。吸収型検出器の場合には若干の手直しが必要である——文献(3)参照)。 D_a が検出段階を担当し、それで測定は完了する。私達の問題は変化 $\psi_a \rightarrow \psi'_a$ の具体的内容をしらべることである。前節からの考察によれば、測定が完全であれば、 ψ'_a と ψ_b には位相相関がないはずだ。そこで、それを見るための第2段の実験を試み

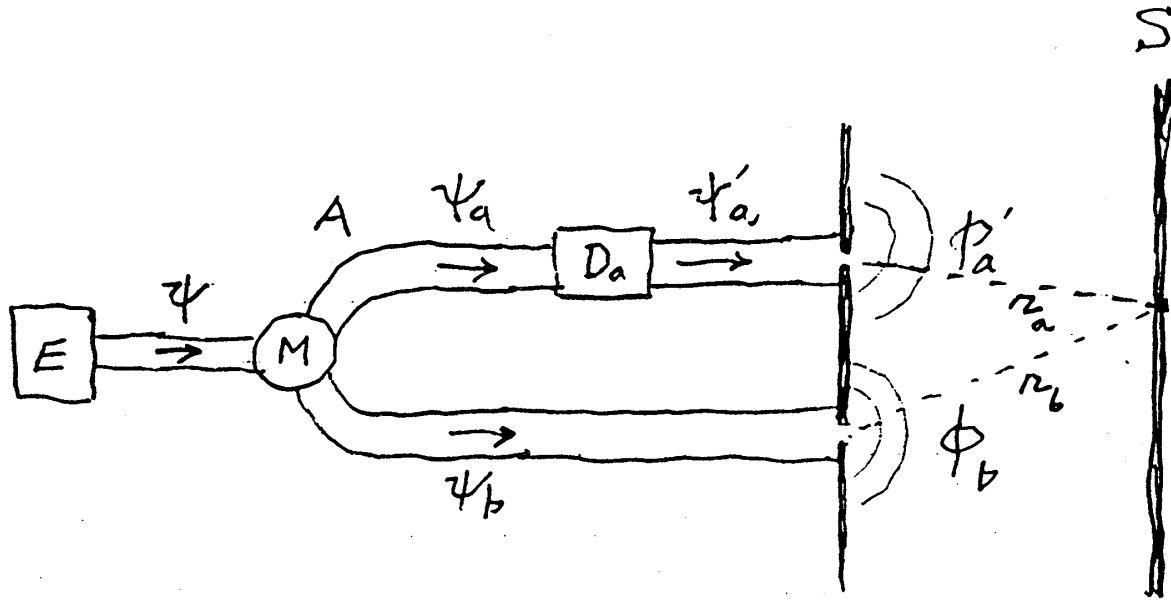


図1 yes-no 実験とその効果

る(図1の右半分)。 ψ'_a と ψ_b を小孔に導き、右側の空間に球面波 ϕ'_a と ϕ_b をつくらせる。もしも、位相相関が残っていれば、スクリーン S 上に(崩れているとはいえ)干渉縞を生じるし、位相相関が完全に消滅していれば、干渉縞はない。

まず、比較のため、 D_a のない場合を考えよう。この場合、 $\psi'_a = \psi_a$ であり、右側空間の二つの球面波は確定した位相相関をもつから、ヤングの干渉実験によく似ている。E から間隔をおいて粒子を1個ずつ送り込み、スクリーン S 上の1点で捕捉する。粒子1個当りの S 上の写真は点状のスポットが唯一つあるだけだが、それを多数重ね焼きすれば、図2(パソコン・シミュレーション——資料(4))のような干渉縞が現れる。これは量子力学的粒子の粒子・波動二重性として周知の事実である。

さて、次に D_a をおこう。スクリーン S 上の粒子分布は一般に

$$\begin{aligned}
 P_{ab} &= |\phi'_a + \phi_b|^2 \\
 &= |\phi'_a|^2 + |\phi_b|^2 + 2 \operatorname{Re} \phi_b^* \phi'_a
 \end{aligned} \tag{9}$$

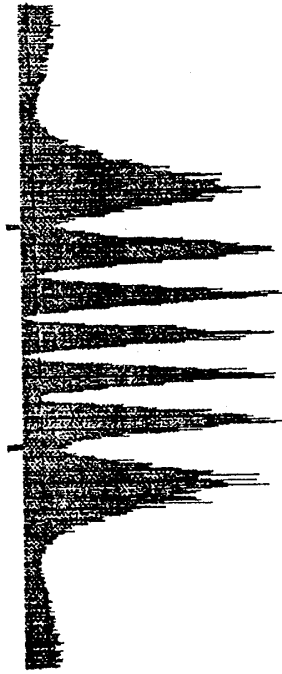


図2 D_a がない場合の干渉縞

に比例するはずである。はじめに、完全測定の場合だけを考える。 D_a が信号 yes を出したとき、測定が完全であるから“波束の収縮”が起こり、 ψ_b と ϕ_b は消えるだろう。したがって、信号 yes の場合について、スクリーン S 上のスポットを集めて重ね焼きすれば、その分布は $|\phi'_a|^2$ に比例する（図 3(a)——資料 (4) からとったパソコン・シミュレーション）。同様の理由で信号 no の場合だけ集めれば、 $|\phi_b|^2$ に比例する分布（図 3 (b)）が現われる。このような完全測定を行って、yes と no の 両方の場合についてスポットの重ね焼きをつくれば、それは

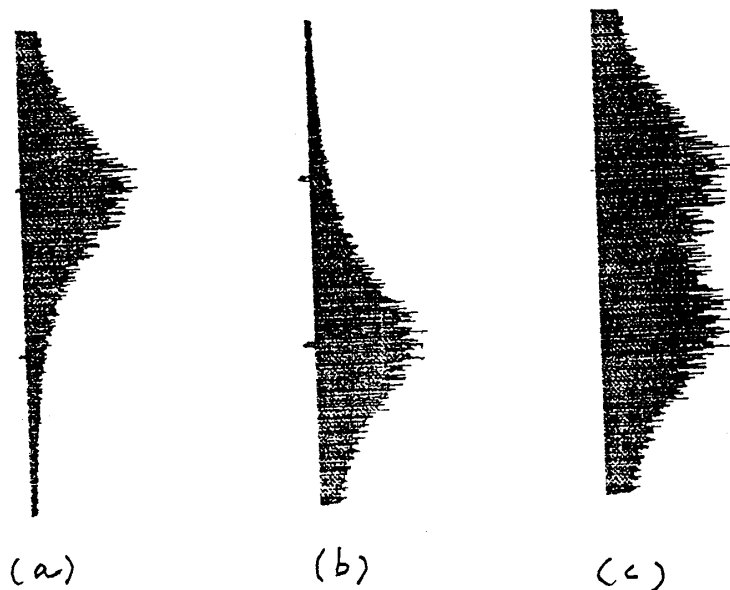


図3 完全測定による“波束の収縮”

$$\overline{P}_{ab} = |\phi'_a|^2 + |\phi_b|^2 \quad (10)$$

に比例する分布がえられる。すなわち、完全測定とは(9)の干渉縞が重ね焼きにおいて消滅する場合である：

$$\sum 2 \operatorname{Re} \phi_b^* \phi'_a = 0 \quad (11)$$

(この表現はあまり正確でない。正確な表現は後で密度行列を用いて行う)。

とすれば、検出器内のどのような相互作用が ψ'_a と ψ'_b (すなわち、 ϕ'_a と ϕ_b)の位相相関を消すのか？次に、この問題をなるべく簡単なモデルによって考察したい。検出器はいうまでもなくマクロ系である。マクロ系はマクロ尺度上で有限の大きさと巨大な数の自由度をもつ(マクロ系の性格についての議論は文献(1),(2),(3)を見ていただきたい)。さらに、マクロ系は通常ミクロ的には大きいがマクロ的には小さいという局所系をもっているが、その局所系は依然としてマクロ系であり、大きな自由度をもつ。多くの場合(例外はあるとしても)、対象粒子は検出器内に進入したさい、検出器全体とではなく、その局所系と相互作用するのである(図4)。対象粒子の波動関数がかかなり長い波束であるとしても、通常、それは検出器全体の大きさに比べれば非常に小さい。その小さい波束の対象粒子が検出器を構成している物質粒子全体と直接相互作用することはできない。対象粒子は局所系と相互作用して“波束の収縮”を実現するのである。カウンター放電のように検出器全体が関与しているかの如き現象は、検出器を構成している物質粒子同士の相互作用によって生じる2次過程にすぎない。本質的な測定過程である“波束の収縮”は対象粒子と局所系との直接相互作用のところで完了している。泡箱内の粒子飛跡は対象粒子が検出器の多数の局所系と逐次衝突を行うことでつくられるが、これは連続観測(continual observation)の問題である。

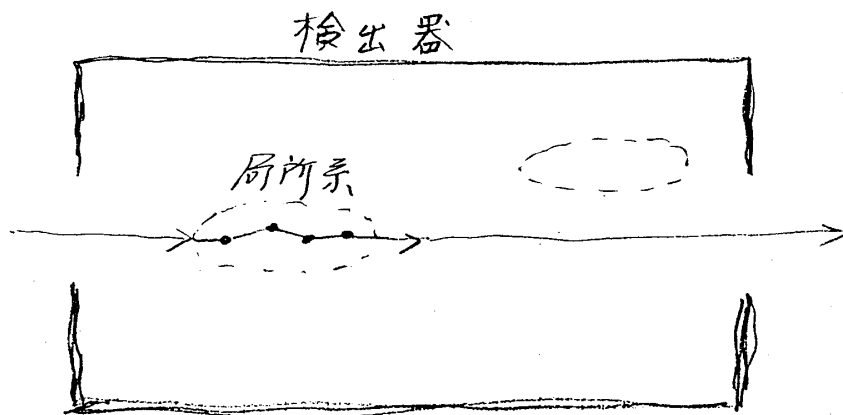


図4 局所系との相互作用

対象粒子と局所系との相互作用を簡単のため1次元問題として考えよう。 ψ_a がチャンネルA内で波数 k をもつ平面波に近い波束とすれば、 D_a 通過後の波動関数 ψ'_a は

$$S(k) e^{ikx} \quad (12)$$

に近い波束になる。 $S(k) = \varepsilon e^{i\Delta}$ は S 行列要素であるが、 Δ は局所系のサイズ l に比例することが知られている。(文献 (1), (2), (3) 参照) :

$$\Delta = \bar{k} l \quad (13)$$

\bar{k} は k や局所系の構造および相互作用などによって決まる。局所系のモデルとして、間隔 a_1, a_2, \dots, a_N で並んだ $N+1$ 個のポテンシャルをとれば、

$$l = \sum_{i=1}^N a_i \quad (14)$$

である。このとき、図 1 の右側空間の球面波と干渉項は

$$\phi'_a = \frac{\varepsilon C}{r_a} e^{i(kr_a + \bar{k}l)}, \quad (15)$$

$$\phi_b = \frac{C}{r_b} e^{ikr_b}$$

$$I(l) = 2 \operatorname{Re} \phi_b^* \phi'_a \quad (16)$$

$$= 2 \frac{\varepsilon |C|^2}{r_a r_b} \cos [k(r_a - r_b) + \bar{k}l]$$

となる。

さて、先ほどの干渉実験のように、間隔をおいて粒子を 1 個ずつ送り込みスクリーン S の 1 点で捕捉し、そのスポットを多数集めて重ね焼きしよう。そのさい注意すべきことは、逐次送り込まれる粒子は必ずしも同一の局所系と出会うわけではなく、一般には粒子毎に違う局所系と相互作用するという状況である。この違いは (15), (16) の中では l を通して現われる。間隔分布 $\{a_i\}$ も違うだろうし、局所系の構成要素数 N も違うだろう。 N が十分大きければ、 l はガウス分布をしているとしてよい：

$$W(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\Delta l)^2}} \exp \left[-\frac{(l - \langle l \rangle)^2}{2(\Delta l)^2} \right] \quad (17)$$

$\langle l \rangle$ が平均値、 Δl が分布幅であり、 N と a_i で書けば

$$\langle l \rangle = \langle N \rangle \langle a \rangle, \quad (\Delta l)^2 = \langle N \rangle (\Delta a)^2 + (\Delta N)^2 \langle a \rangle^2 \quad (18)$$

である。(over-estimation だが、 $\Delta a \approx \langle a \rangle \approx 10^{-8}$ cm, $\Delta N \approx \sqrt{\langle N \rangle} \approx 10^4$ とすれば $\Delta l \approx 10^{-4}$ cm) N 固定の場合は、

$$\langle l \rangle = N \langle a \rangle, \quad (\Delta l)^2 = N (\Delta a)^2. \quad (19)$$

この状況を考慮に入れば、重ね焼きしたスポット分布は、 $\int P_{ab}(l) W(l) dl$ に比例するはずであ

り、とくに干渉項に対応する分布は

$$\begin{aligned}\bar{I} &\equiv \int I(l) W(l) dl \\ &= 2 \frac{\varepsilon |C|^2}{r_a r_b} \cos [k(r_a - r_b) + \bar{k} \langle l \rangle] \exp \left[-\frac{1}{2} (\bar{k} \Delta l)^2 \right]\end{aligned}\quad (20)$$

に比例することになる (ε と \bar{k} の l 依存性は無視した)。したがって

$$\bar{k} \Delta l \gg 1 \quad (21)$$

であれば、干渉項はほとんどゼロとなり、スポット分布は (10) の \bar{P}_{ab} に近づく。 $\langle N \rangle \rightarrow \infty$ (N 固定の場合は $N \rightarrow \infty$) の極限では、 $\bar{I} = 0$ 、すなわち、スポット分布は正確に \bar{P}_{ab} となる。前述のとおり、これは“波束の収縮”が実現したことを意味している。

N 固定の場合のパソコン・シミュレーションをお目にかかる (図5—資料(4)からとった)。簡単のため、 $\varepsilon = 1$ 、 $\bar{k} = k$ とし、 $N = 2, 26, 51, 76, 101$ の場合についてスクリーン上のスポットを集積した。 N が増加するにつれて干渉縞が消えてゆく有様がはっきりと眺められる (図では間隔数 $N-1$ を示してある)。中央点近くの一山の積分を \bar{I} と考えて、 N についての対数変化をプロットしたのが図6である。 N についての指数型減少だが、当然のことながら、(20) と一致している (点線は理論値(20))。

以上のように、(21) が“波束の収縮”の実現する条件であった。したがって、

$$D_{th} = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} (\bar{k} \Delta l)^2 \right]$$

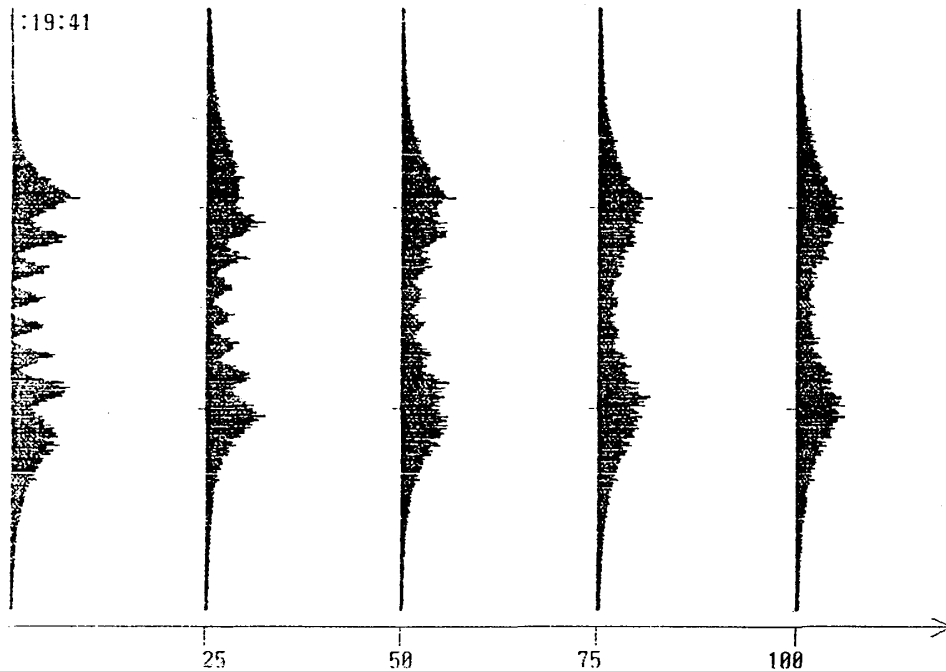


図5 検出器構成要素数の増加による位相相関の消失

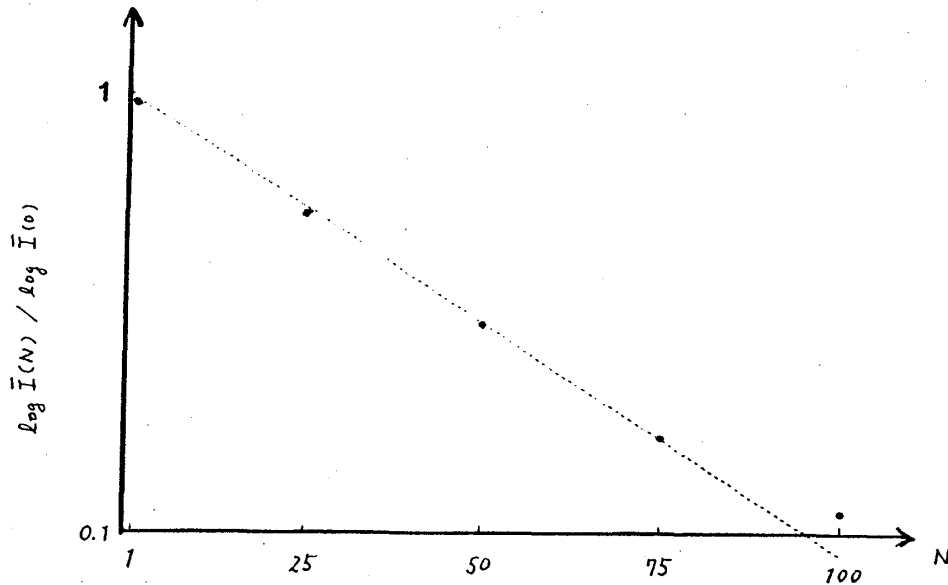


図6 干渉項の減少

を(論理的)検出効率と考えることができよう。ここで一言注意：マクロ系と相互作用すれば必ず“波束の収縮”が起こるというわけではない。(21)が成立しない場合、すなわち

$$\bar{k} \Delta l \lesssim 1 \quad (22)$$

のとき、“波束の収縮”は起こらず、位相相関は保持される。中性子干渉実験の場合にその好例を見ることができる。また、図5の $N=75$ などの場合のように、 \bar{I} が小さいけれどゼロではない場合は不完全測定(imperfect measurement)である。このような測定もありうる。

なお、 $\langle N \rangle \rightarrow \infty$ (または $N \rightarrow \infty$) の極限で実現するという意味で、“波束の収縮”は一種の相転移であるといえる。実際、文献(1)では $N \rightarrow \infty$ の極限で、検出器の状態が inequivalent representation に移行するような具体的モデルを与えてある。ここでは、検出器(の局所系)をポテンシャルの連鎖で表してしまったため、検出器の状態やその(測定による)変化をはっきり表現しなかった。これは次の一般論でやる。

一般論* 上のモデルによる考察でわかったように、対象粒子は検出器の局所系と相互作用して“波束の収縮”を実現する。その局所系は有限のサイズ l をもち、マクロには小さいがミクロには大きいマクロ系である。次々に送り込まれる対象粒子は、一般には、粒子毎に l の違う局所系と出会う。サイズ l の異なる力学系の状態は同一のヒルベルト空間で記述することはできない。例えば、

$$u_n(x; l) = \sqrt{2l^{-1}} \sin(n\pi x l^{-1}) \quad (n=1, 2, \dots)$$

* すでに何回か話をしたり、論文なども公刊されているので、筋書のみを述べる。くわしくは文献(1), (2), (3)を見ていただきたい。

で張られるヒルベルト空間

$$\mathcal{H}(l) = \{u_n(x; l)\}$$

を考えよう。 $l \neq l'$ である二つのヒルベルト空間から、

$$u_n(x; l) \in \mathcal{H}(l), \quad u_m(x; l') \in \mathcal{H}(l')$$

を取出してきても、 $u_n(x; l)$ と $u_m(x; l')$ の間には和も内積も定義できない。したがって、上記のような状況にある測定過程では、測定器系 A はヒルベルト空間の直和

$$\overline{\mathcal{H}} = \int \oplus \mathcal{H}(l) W(l) dl \quad (23)$$

上の密度行列は

$$\sigma = \int \rho(l) W(l) dl \equiv \mathcal{W} \cdot \rho(l) \quad (24)$$

で表さなければならない。 \mathcal{W} は $W(l)$ による平均操作を表す記号として用いる。 $W(l)$ としては (17) を用いればよい。なお、 N が有限のとき、 (14) の例では、間隔分布を固定すれば l は離散変数であって連続変数ではない。 l を一定に保ちながら $N \rightarrow \infty$, $a_i \rightarrow 0$ という極限で連続変数になるものである。しかし、 N が有限でも、間隔分布が連続変化すれば、 l は連続変数となりうる。この場合、間隔分布の連続分布は測定器側の内部運動の代表である。いずれにしても、 \mathcal{W} はマイクロ尺度上の変数 l をマクロ尺度上の変数 $\langle l \rangle$ に移す尺度変換でもある。

一般に、マクロ系とくにその局所系のエネルギーや粒子個数は不定であり、量子力学的状態は (23) の直和空間で表す必要がある。この直和空間は連続的超選択則空間とよばれる。(くわしくは文献 (1), (2), (3) を見ていただきたい。) なお、自由度 N の量子力学系を記述するヒルベルト空間 \mathcal{H}_N に対して

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \mathcal{H}_N \subset \overline{\mathcal{H}}$$

であること、 $\overline{\mathcal{H}}$ には可換な力学量のつくる "center" があることなどが知られている。古典的力学量は "center" にぞくする。

こうして、測定過程は全体系の密度行列の時間変化

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_t &= \mathcal{W} \cdot e^{-iHt} \rho^Q \times \rho^A(l) e^{iHt} \\ \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \overline{\mathcal{E}}_t &= \mathcal{W} \cdot e^{-iH_0 t} S[\rho^Q \times \rho^A(l)] S^\dagger e^{iH_0 t} \end{aligned} \quad (25)$$

によって表されることがわかった。 H は Q と A の (相互作用を含む) 全ハミルトニアン、 H_0 は自由ハミルトニアンであり、 S は Q と A の衝突に対する S 行列である。(25) において ρ^A は局所系の密度行列を表す。

図 1 のような Stern-Gerlach 型実験を考えよう。はじめに、チャンネル A, B の両方にそれぞれ検出

器 D_a, D_b をもつ標準型測定について話を進める。

$$\rho^Q = |\psi^Q\rangle\langle\psi^Q|$$

はスペクトル分解後で検出段階の初期状態にある対象粒子の密度行列である。いま

$$|\psi^Q\rangle = c_a |a\rangle + c_b |b\rangle$$

($|a\rangle, |b\rangle$ はそれぞれチャンネル A, B 中を進む規格化波束, c_a, c_b は定数で $|c_a|^2 + |c_b|^2 = 1$) と書けば,

$$\begin{aligned} \rho^Q = & |c_a|^2 |a\rangle\langle a| + |c_b|^2 |b\rangle\langle b| \\ & + c_a c_b^* |a\rangle\langle b| + c_a^* c_b |b\rangle\langle a| \end{aligned} \quad (26)$$

である。一方, 検出器は二つあるから,

$$\rho^A = \rho^{D_a}(\ell_a) \times \rho^{D_b}(\ell_b), \quad \mathcal{W} = \mathcal{W}_a \mathcal{W}_b$$

としなければならない。したがって, (25) の右辺は

$$\bar{\mathcal{E}}_t = |c_a|^2 \mathcal{E}_t^{aa} + |c_b|^2 \mathcal{E}_t^{bb} + c_a c_b^* \mathcal{E}_t^{ab} + c_a^* c_b \mathcal{E}_t^{ba} \quad (27)$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_t^{aa} = & \mathcal{W}_a \mathcal{W}_b \cdot e^{-iH_0 t} S \left[|a\rangle\langle a| \times \rho^{D_a}(\ell_a) \times \rho^{D_b}(\ell_b) \right] S^\dagger e^{iH_0 t} \\ \mathcal{E}_t^{ab} = & \mathcal{W}_a \mathcal{W}_b \cdot e^{-iH_0 t} S \left[|a\rangle\langle b| \times \rho^{D_a}(\ell_a) \times \rho^{D_b}(\ell_b) \right] S^\dagger e^{iH_0 t} \end{aligned} \quad (28)$$

S 行列は破線で結んだもの同士の間相互作用をもち込み,

$$(|a\rangle, \rho^{D_a}(\ell_a)) \text{ には, 位相因子 } \exp(i \bar{k}_a \ell_a),$$

$$(\langle b|, \rho^{D_b}(\ell_b)) \text{ には, 位相因子 } \exp(-i \bar{k}_b \ell_b), \dots$$

を与える。したがって, \mathcal{E}_t^{aa} では, 位相因子は同じ ℓ_a についての積分の中で相殺して消えてしまうが, \mathcal{E}_t^{ab} では, 位相因子は

$$\left[\int e^{i \bar{k}_a \ell_a} W(\ell_a) \dots d\ell_a \right] \left[\int e^{-i \bar{k}_b \ell_b} W(\ell_b) \dots d\ell_b \right] \quad (29)$$

のような別々の Riemann-Lebesgue 型の積分内で生残る。ゆえに, (21) と同じ条件

$$\bar{k}_a \ell_a \gg 1, \quad \bar{k}_b \ell_b \gg 1$$

が成立すれば、 $\varepsilon_t^{ab} \simeq 0$ となる。同様に、 $\varepsilon_t^{ba} \simeq 0$ 。こうして (25) は

$$\varepsilon_t \rightarrow \bar{\varepsilon}_t = |c_a|^2 \xi_F^Q(a) \times \sigma_F^{D_a} \times \sigma_I^{D_b} + |c_b|^2 \xi_F^Q(b) \times \sigma_I^{D_a} \times \sigma_F^{D_b} \quad (30)$$

となる。添字 I, F は検出器の初期および終状態、また $\xi_F^Q(a)$ は初期状態 $|a\rangle\langle a|$ の対象粒子の終状態を表す。 $\xi_F^Q(b)$ も同様。(30) は正を目標とした (4) に他ならない。

D_b を取除いた場合はどうか。上の諸式から D_b に関するものをすべて取去ればよい。それでも (29) の ℓ_a についての積分は残るから、(21) の条件下で、 $\varepsilon_t^{ab} \simeq 0$ 、同様に、 $\varepsilon_t^{ba} \simeq 0$ が成立する。この場合、(25) は

$$\varepsilon_t \rightarrow \bar{\varepsilon}_t = |c_a|^2 \xi_F^Q(a) \times \sigma_F^{D_a} + |c_b|^2 \xi_I^Q(b) \times \sigma_I^{D_a} \quad (31)$$

となり、やはり“波束の収縮”が実現している。第2項が NRM の場合である。

Wigner の定理との関係を考えよう。 $W(\ell) = \delta(\ell - \ell_0)$ とおけば平均操作はなくなり、“波束の収縮”は実現しない。これは (23) の連続直和をやめて、単一のヒルベルト空間に戻ることを意味する。

すなわち、Wigner 定理の復活である。 $k \Delta \ell \ll 1$ の場合も本質的には同じ。

Ⅲ 中性子干渉と観測問題

中性子干渉実験は観測問題から見ても興味深く、かつ重要である。観測理論に対して逆方向からのチェックを与えてくれるからだ。ここでは、Rauch の二つの実験をとり上げて議論したい——文献 (5), (6)。

図 7 がその実験の概念図であるが、単色性のよい低速中性子ビーム (波数 k) をシリコン単結晶によってチャンネル A, B に分け、最後にふたたびチャンネル 0 に集めて干渉を起こさせる。ただし、(a) チャンネル A だけに Al-phase shifter をおいた場合 (図 7 (a))、(b) チャンネル A に Al-phase shifter をおきチャンネル B には振動磁場をおいた場合 (図 7 (b)) についての実験をここで考えようというのである。両方の実験とも見事に干渉現象を捉えている。なお、中性子ビームの強度は十分弱く、中性子が 1 個ずつ間隔をおいて装置に入るよう工夫されているので、チャンネル A, B に分けられてチャンネル 0 で干渉するのは中性子 1 個の波動関数である。なお、実験 (b) では、装置全体に静磁場 B_0 (z 軸方向) がかけられており、その方向に向くスピン状態の偏極中性子を投入している。振動磁場 (振幅 B_1 , 振動数 $\omega_1 \simeq \omega = 2 \mu B_0 / \hbar$ (μ は中性子磁気能率)) は静磁場に垂直な方向 (x 軸方向) にかけられており、これによってスピン反転を起こそうというのである。

まず、実験 (a) を考えよう。Al-phase shifter は位相因子 e^{ix} を与えるから、最終チャンネル 0 で中性子を捕捉する確率は

$$\frac{1}{2} |e^{ikx} + e^{i(kx+x)}|^2 = 1 + \cos x \quad (32)$$

に比例する。 x はすでによく知られている：

$$x = \lambda \text{ n b } \ell = \frac{2 \pi \ell}{D_\lambda}; \quad D_\lambda \equiv \frac{2 \pi}{\lambda \text{ n b }} \quad (33)$$

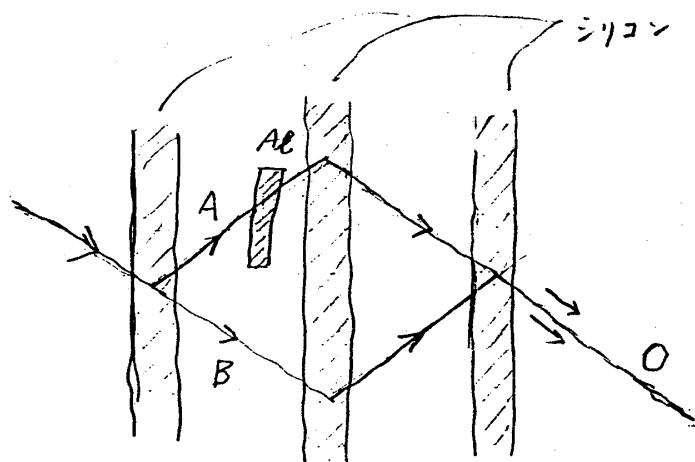


図7 (a) Al-phase shifter による中性子干渉

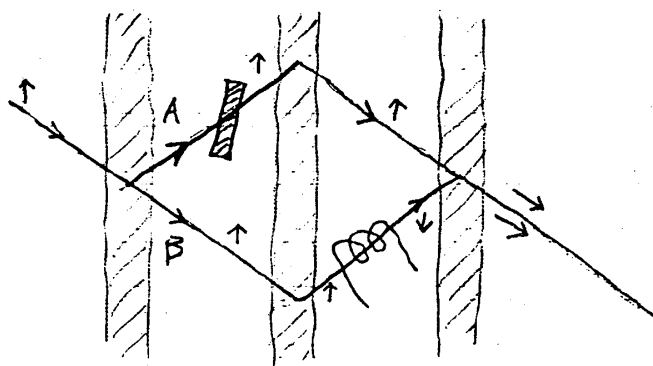


図7 (b) スピン反転のある場合の中性子干渉

ここで、 λ は中性子波長、 n は Al 中の原子核密度、 b は低速中性子と Al-原子核との衝突における散乱長、 l は Al-phase shifter の厚さである。したがって、 l を変えて実験を繰り返せば、チャンネル 0 で検出される中性子数は

$$\left(1 + \cos \frac{2\pi l}{D_\lambda}\right)$$

に比例して増減するはずである。Rauch はそれを実験によって確めた。

観測問題として見たとき、この実験は何を意味するか？ 図1 と対比させて考えよう。明らかに、Al-phase shifter は図1 の検出器の席に座っている。しかし、この実験では Al-phase shifter は確定した位相差 π しか与えず、 ψ'_a と ψ_b の間のコヒーレンスは保たれている。すなわち、A か B かの通路決定に関する“波束の収縮”は与えない。Al-phase shifter はマクロ系であり、巨大な数の原子核をもっている。したがって、この実験は巨大な自由度をもつマクロ系と相互作用しても、必ずしも“波束の収縮”が実現するわけではないことを教えてくれた。では、どのような規準で“波束の収縮”が実現したり、しなかったりするのか。観測理論はこの質問にも答えなければならない。私達の理論の場合、その答えは条件 (21) の成立と不成立 (条件 (22)) である。この条件を具体的に書くには \bar{k} を知らなければならないが、実験 (a) の場合は (33) で与えられている： $\bar{k} = 2\pi D_\lambda^{-1}$ 。ゆえに、 $4l \gg D_\lambda$ であれば波束は収縮し、

$\Delta l \ll D_\lambda$ であれば位相関係はほぼ完全に保たれ、波束は収縮しない。具体的数値はこの実験では

$$D_\lambda \simeq 1.62 \times 10^{-2} \text{ cm}$$

となり、これは Δl よりたしかに大きい。したがって、波束は収縮せず、コヒーレンスは保持される。

実験 (b) はもっと面白い。Rauch の実験はチャンネル B でスピン反転した成分を取出すように工夫されているので、振動磁場が 100% スピン反転を与えるとして話を進めても差支えない。このとき、チャンネル 0 ではスピンは xy 平面に落ちて廻るので、さらに x 軸方向に磁場をかけて z 軸方向に立たせ、その上向き成分 (ψ_\uparrow^0) を取出して測定するのである。ただし、振動磁場の周期 T に同期して中性子検出を行い、そのデータを集めてゆくが、 $1/4$ 周期毎にまとめ、さらに $1/2$ 周期で差をとる。これを

$$\Delta I(t) (= I(t) - I(t + \frac{T}{2})) : I(t) = \frac{4}{T} \int_t^{t+T/4} |\psi_\uparrow^0(t')|^2 dt'$$

としよう。100% スピン反転が起こっても、チャンネル A, B から 0 へ入る二つの波に位相相関があれば、

$$\Delta I(t) \propto \cos(x + \dots) \quad (34)$$

となるはずであることが簡単な計算でわかる。 x は Al-phase shifter による位相差 (33) である。したがって、Al-phase shifter の厚みを変えて、 $\Delta I(t)$ を測れば、(34) のような干渉効果が観察されるはずである。Rauch は実際にその干渉効果が起こることを実験によって確認した。

この干渉実験は明らかに、Al-phase shift を通ったチャンネル A の波と振動磁場によってスピンの反転したチャンネル B の波との間に、位相相関があることを示している。この場合、スピン反転はどのような意味をもっているのか？ 一見したところでは、スピンが反転したのだから、中性子が B を通ったことを確認したように見える。とすれば、波束は収縮して A の波は消えるはずである。したがって、干渉効果など起こるはずがない。ところが現実には起こっている！ この矛盾をどう理解したらよいか？ Vigier などはこれを Copenhagen 解釈の破綻と見なした (文献 (7))。しかし、この結論は早すぎる。問題はスピン反転そのものを通路の決定実験と考えられるか、ということだ。この問題を条件 (21) または (22) によって考えよう。

Rauch の実験では、振動磁場の周期と中性子の通過時間とが同程度なので、中性子は強度 $\sqrt{B_0^2 + B_1^2}$ をもつ静磁場の中にいる場合とほとんど等価である。ゆえに、位相のずれは

$$-\frac{k}{v} l = \frac{l}{v} \frac{\mu B_0}{\hbar} \sqrt{1 + \left(\frac{B_1}{B_0}\right)^2} \quad \left(\equiv \frac{2\pi l}{D_\lambda} \right) \quad (35)$$

の程度と考えられる。具体的には、Rauch の実験では、 $D_\lambda \simeq 10 \text{ cm}$ となるので、

$$\Delta l (\ll \langle l \rangle = 1.5 \text{ cm})$$

よりずっと大きい ($\Delta l \ll D_\lambda$)。したがって、この場合も波束は収縮せず、位相相関は保たれる。スピン反転は通路決定の実験とはいえないというわけである。Copenhagen 解釈の破綻ではない。なお、実

験条件によっては、同様の装置を使っても、条件(21) ($4l \gg D_\lambda$) の実現する場合があります。そのときは通路決定実験としての波束の収縮が起こり、チャンネル0での干渉効果は消えるはずである。

さて、図1の実験のさい、 ψ'_a と ψ_b との位相相関をしらべるため、ヤング型干渉計の第2段実験を考えた。第2段実験として、ヤング型干渉計のかわりに、中性子干渉計に似た方法を使うこともできる。それには、A(またはB)にAl-phase shifterのような位相因子 $e^{i\chi}$ を与えるものを入れておき、合波器によって ψ'_a と ψ_b をチャンネル0に集める。0での波は

$$\psi'_a = \epsilon C e^{i(kx + \bar{k}l + \chi)} \quad \text{と} \quad \psi_b = C e^{ikx}$$

の重ね合せであるから、そこで粒子を見つける確率は

$$|\psi'_a + \psi_b|^2 = |C|^2 \{ \epsilon^2 + 1 + 2\epsilon \cos(\bar{k}l + \chi) \} \quad (36)$$

となり、phase-shifterの厚みを変えることによって、干渉項の存在を知ることができる。ただし、 l が(17)のような分布をしている場合、粒子検出のデータの集積における干渉項は(20)と同じ因子

$$\exp \left[-\frac{1}{2} (\bar{k} 4l)^2 \right]$$

をもち、条件(21)が成立するかどうかで、“波束の収縮”の実現が決まる。

IV 量子力学の古典確率過程論的再編成と将来展望

量子力学成立当初から、コペンハーゲン解釈に不満をもつ人達の中に(さらにコペンハーゲン解釈を支持する人達の中にも)、量子力学を古典的な確率過程論として再編成しようという試みがあった。いわゆる“隠れた変数理論”の芽生えである。しかし、v. NeumannのNO-GO定理はその可能性を否定し、“隠れた変数理論”の発展に冷水を浴せた。だが、戦後になって、BohmはNO-GO定理を突破して、彼の“隠れた変数理論”をつくり上げたことは周知のとおりである。Bohmは量子力学を古典的確率過程論の中に解消しようとしたわけだが、そのプロセスを逆に辿れば、彼の理論は一種の確率過程量子化といえることができる。Nelsonの確率過程量子化はその方向の試みの見事な到達点であった。しかし、これらの理論は複雑な系に適用することがむずかしく、量子力学の適用範囲を狭くする傾向にある。

これに対して、Parisi-Wuの確率過程量子化は現在の量子力学よりも広い適用範囲をもつと同時に、数多くの利点を提供してくれる。この量子化法は、通常の時間以外に新しい時間を導入し、その新しい時間についての仮想的な確率過程の熱平衡極限によって量子力学を与えようとするものである。Parisi-Wuの量子化法の背景には、D次元量子系はD+1次元古典揺動系に等価であるという事実があった。これはすでにスピン系の理論で知られていたことである。

この考えは、さらにミクロカノニカル量子化という発想を生んだ。これはやはり新時間を導入するが、全く古典決定論的な運動を設定し、そのカオスの挙動から量子論を導こうと試みる。

上記二つの新しい量子化法における新時間は単なる数学的道具であって、物理的意味は今のところわからない。その意味づけを中心に、量子力学発展の将来展望について語りたかったが、今回はその機会を逸

した。くわしい話は別の機会にゆずる。

V 福田理論への質問と要望

福田氏の観測理論は、場の量子論の最近の技術を使っていること、測定器の古典的運動をも導出しようとしている点など、興味深い。しかし、私達の理論の立場および歴史的な論争の観点から見た場合、若干の質問と要望がある。

福田理論の本質は、v. Neumann 型の測定過程 (5) において、 $N/V = \text{固定}$ の下で、 $V \rightarrow \infty$ (または $N \rightarrow \infty$) の極限をとれば、異なる番号の ϕ_i が直交し、inequivalent な表現空間に行ってしまうことを示した点にある。I でも述べたように、Araki-Yanase は同種の理論を定式化している。一方、 $V \rightarrow \infty$ をとる話は Hepp の理論とも似ている。

① Araki-Yanase や Hepp の理論と本質的に違う点があれば教えていただきたい。

すでに I でも述べたことだが、 ϕ_i の直交性を示しただけでは、観測問題は解決したことにはならない。

② 部分トレースをとることなく、(5) の位相相関、すなわち、(6) の右辺第 2 項の消滅を示していただきたい。

$V \rightarrow \infty$ (または $N \rightarrow \infty$) を先に実行してから、つまり inequivalent な表現空間同士を結ぶ演算子を消滅させた後で観測理論をつくることには、根強い反論があった。

③ 現実の測定器では、 N は (V も) 大きいけれど有限であるという反論にどう答えるか。

この疑問は Green のモデルに対する Furry の批判にも関係がある。Furry の批判は、 $\text{tr } \rho_{ii} \gg \text{tr } \rho_{ij}$ ($i \neq j$) を示したモデルと計算法を使って、 $\text{tr } \rho_{ii}^2 \simeq \text{tr } \rho_{ij} \rho_{ji}$ ($i \neq j$) となることを指摘したものである。はじめに $N \rightarrow \infty$ (または $V \rightarrow \infty$) をとれば、そもそも、 ρ_{ij} ($i \neq j$) は消滅しているというのが福田理論の立場だろうが、それでは Furry は納得しないと思う。 N や V を有限にしておいて $\text{tr } \rho_{ij} \rho_{ji}$ ($i \neq j$) を計算すれば、後で $N \rightarrow \infty$ ($V \rightarrow \infty$) をとってもゼロにならないのではないか。つまり、測定過程で具体的に起きる物理現象の計算と極限操作の順序交換をめぐる問題でもある。この辺の事情を明らかにしていただきたいというのが、質問③の真意です。

さらに、質問③はマクロ系が測定器として働くための criterion を問う問題にも関連がある。実際、マクロ系と相互作用すれば、必ず“波束の収縮”が起こるというものではない(中性子干渉の場合がその好例)。私達の理論では、測定器として働くための条件として (21) を与えた。そこで、

④ マクロ系が測定器として働くための criterion を明示していただきたい。

さらに、福田理論は測定器の古典的(かつマクロ的)行動を導出しようとしている。この行動は大域的であり、一般には局所的にマクロの状態の違う領域を動くだろう。とすれば、

⑤ $N/V = \text{固定}$ で極限 $V \rightarrow \infty$ ($N \rightarrow \infty$) をとる体系は本来局所系であるべきではないだろうか。

その他にも、議論したいところがありますが、まだ十分勉強していないので、後日にまわします。多くの人達の討論参加を望みます。よろしく。

研究会報告

文献と資料

- (1) 並木美喜雄, 「マクロ系の量子力学と観測問題」 物理学最前線 10 (共立出版, 1985 年)
末尾の文献を参考にして下さい。
- (2) S. Machida and M. Namiki, Proc. of ISQM (日本物理学会, 1984 年) p.127 および p.136.
- (3) S. Machida and M. Namiki, Prog. Theor. Phys. 63 (1980) 1457 および 1833.
- (4) 映画 “Numerical Simulations of Reduction of Wave Packet by Measurement”
一村山, 中里, 並木, 大場 (日立製作所・早稲田大学制作, 1986 年) -
- (5) 例えば, 次の報告を見るとよい。
H. Rauch, Proc. of ISQM (日本物理学会, 1984 年) p.227.
- (6) M. Namiki, Y. Otake and H. Soshi, Prog. Theor. Phys.
- (7) J. P. Vigiér and S. Roy, Hadronic J. Suppl. 1 (1985) 475.